

ÜNİTE IV

SEMBOOLİK MANTIK

 $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$ $\sim$

SEMBOLLEŐTİRME

Her bir yargı, tek bir harf ile sembolleőtirilir.

1. Yargı p, 2.yargı q, 3. yargı r, 4,yargı s....vs olarak sembolleőtirilir.

“Ahmet çalıőkandır” p

MANTIK DEĞİŞMEZLERİ

1. $\wedge$ (Tümel evetleme)
2. $\vee$ (Tikel evetleme)
3. $\rightarrow$ (Koşul eklemi) ise
4. $\leftrightarrow$ (Karşılıklı koşul) ancak ve ancak
5. $\sim$ Değil

1. $\wedge$ (Tümel evetleme)

“Ali zeki ve çalışkandır”

p $\wedge$ q

"ve" sözcüğü yanında "hem...hem", "da...da", "ile"

2.V(Tikel evetleme)

“Ali zeki veya çalışkandır”

ρ V q

"veya", "ya da" sözcüğü yanında "ya...ya", "yahut"

3. $\rightarrow$ (Koşul eklemi) ise

“Ali çalışır ise üniversiteyi kazanır”

$p \rightarrow q$

"ise" sözcüğü yanında "yeter ki", "için...gereklidir", "koşuldur"

4. $\leftrightarrow$ (Karşılıklı koşul) ancak ve ancak

“Ali ancak ve ancak çalışırsa üniversiteyi kazanır.”

p

$\leftrightarrow$

q

"ancak ve ancak" sözcüğü yanında "gerekli ve yeterli koşul", "tek koşullu", "birbirini gerektiren"

5. $\sim$ Değil

Ali zeki değildir.

$\sim p$

“Ali zeki ve çalışkandır”
(Ön Bileşen) (Ana Eklem) (Art Bileşen)

(1.Bileşen)

(2.Bileşen)

Ali zekidir p

Ali zeki değildir $\sim p$

$\sim$
(DEĞİLLEME)

P

$\sim P$

$\sim \sim P$

D

Y

D

Y

D

Y

Ali zeki değildir $\sim P$

DOĞRULUK TABLOSU:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

DD=D

YY=Y

DY=Y

DD/ YY=D

3. Aşağıda verilen önermelerde; p'nin yerine D, q'nun yerine de Y değerlerini vererek önermeleri "a" seçeneğindeki çözümü dikkate alarak çözümleyiniz.

a) $(p \Leftrightarrow q) \vee (p \wedge q) \longrightarrow$

p: D q: Y

b) $\sim [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)]$

$(p \Leftrightarrow q) \vee (p \wedge q)$

c) $\sim (p \Leftrightarrow q)$

$(D \Leftrightarrow Y) \vee (D \wedge Y)$

ç) $[(q \vee p) \Rightarrow \sim p] \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

$(Y) \vee (Y)$
Y

DOĞRULUK TABLOSU:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

DD=D

YY=Y

DY=Y

DD/YY=D

" $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q)$ $p:D, q:Y$ ise önermenin çözümü nedir?"

DOĞRULUK TABLOSU:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

DD=D

YY=Y

DY=Y

DD/YY=D

" $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q)$ $p:Y, q:D$ ise önermenin çözümü nedir?"

DOĞRULUK TABLOSU:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

DD=D

YY=Y

DY=Y

DD/YY=D

" $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee q)$ $p:Y, q:D$ ise önermenin çözümü nedir?"

DOĞRULUK TABLOSU:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D

DD=D

YY=Y

DY=Y

DD/YY=D

DOĞRULUK TABLOSU İLE DENETLEMELER

A)TUTARLILIK:

1.TEK ÖNERME: Tablonun son sütununda en az bir doğru değer olması gerekir.

Örnek 2: $(p \wedge \sim p) \wedge q$ önermesinin tutarlılığını denetleyelim.

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim p) \wedge q$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	Y	Y
Y	Y	D	Y	Y

Tutarsız

2.BİRDEN FAZLA ÖNERME:

İki önermenin, en az 1 satırda 2 doğru değerin yan yana gelmesi gerekir.

Örnek 2: $p \Rightarrow q$, $p \wedge \sim q$ önermelerinin tutarlı olup olmadığını denetleyelim.

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$
D	D	Y	D	Y
D	Y	D	Y	D
Y	D	Y	D	Y
Y	Y	D	D	Y

Tutarsız

B) GEÇERLİLİK: Tablonun son sütununda tüm değerlerin doğru değeri olması gerekir.

p	q	$\sim q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim q$	$[(p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow p$
D	D	Y	D	Y	D
D	Y	D	D	D	D
Y	D	Y	D	Y	D
Y	Y	D	Y	Y	D

Geçerli

C) EŞDEĞERLİLİK:

İki önermenin aynı sütunda aynı doğruluk değerine sahip olması gerekir.

$\sim (p \wedge q)$, $\sim p \vee \sim q$ önermelerinin eş değerliğini doğruluk çizelgesiyle denetleyelim:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
D	D	Y	Y	D	<u>Y</u>	<u>Y</u>
D	Y	Y	D	Y	<u>D</u>	<u>D</u>
Y	D	D	Y	Y	<u>D</u>	<u>D</u>
Y	Y	D	D	Y	<u>D</u>	<u>D</u>

Eş değerdir.

Çıkarım;

I.Öncül: Hasan derslerine çalışır ise sınıfını geçer.

p

$\Rightarrow$

q

II.Öncül: Hasan derslerine çalıştı.

p

Sonuç: O hâlde Hasan sınıfını geçti.

$\therefore$

q

Çıkarımın Sembolleştirilmesi $p \Rightarrow q$, $p \therefore q$ şeklinde yapılır.

Not: Öncüller arasına virgül konulur.

2) ÇIKARIMDA GEÇERLİLİĞİN DENETLENMESİ:

1.Yol: Öncüller tümel evetleme bağlacıyla bağlanır.

Sonuç önermesi (ise) bağlacıyla bağlanıp çözümleme yapılır.

Sonuç tablosunun hepsi doğru ise sonuçta geçerlidir.

1. Örnek: $p \vee \sim q, p \Rightarrow q \therefore p \Leftrightarrow q$ çıkarımının geçerliliğini doğruluk çizelgesiyle denetleyelim:

$[(p \vee \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ koşul önermesine dönüştürülerek geçerliliği doğruluk çizelgesiyle denetlenir.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)$	$p \Leftrightarrow q$	$[(p \vee \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$
D	D	Y	D	D	D	D	<u>D</u>
D	Y	D	D	Y	Y	Y	<u>D</u>
Y	D	Y	Y	D	Y	Y	<u>D</u>
Y	Y	D	D	D	D	D	<u>D</u>

Geçerlidir.

Önerme tüm satırlarda doğru değeri aldığı için geçerlidir. Dolayısıyla çıkarım da geçerlidir.

2. Yol: Çıkarımların geçerliliğini denetlemenin ikinci şekli öncüllerle sonucun değillemesinin bir arada tutarsız olmasına bağlıdır.

2. Örnek: $(\sim p \vee \sim q), p \therefore q$ çıkarımının geçerliliğini doğruluk çizelgesiyle denetleyelim:

$[(\sim p \vee \sim q) \wedge p] \Rightarrow q$ önermesine dönüştürülerek geçerliliği doğruluk çizelgesiyle denetlenir.

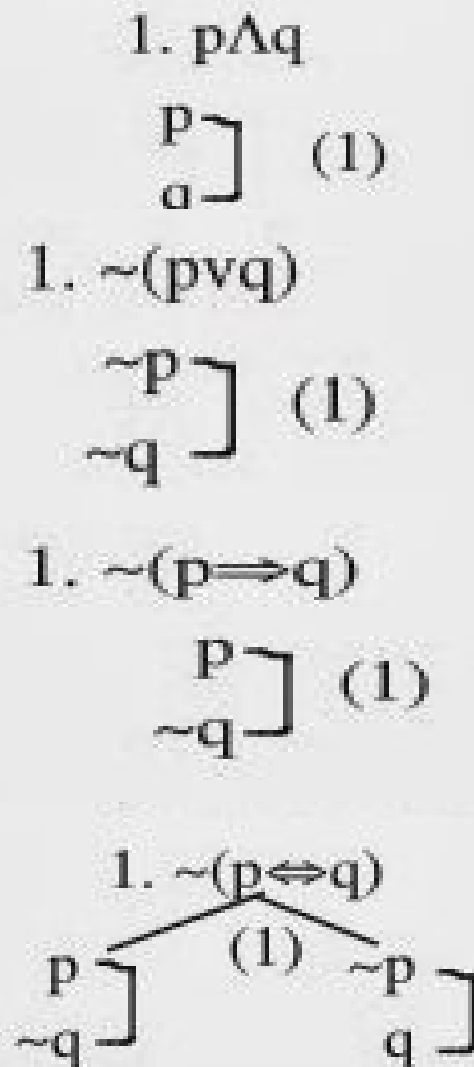
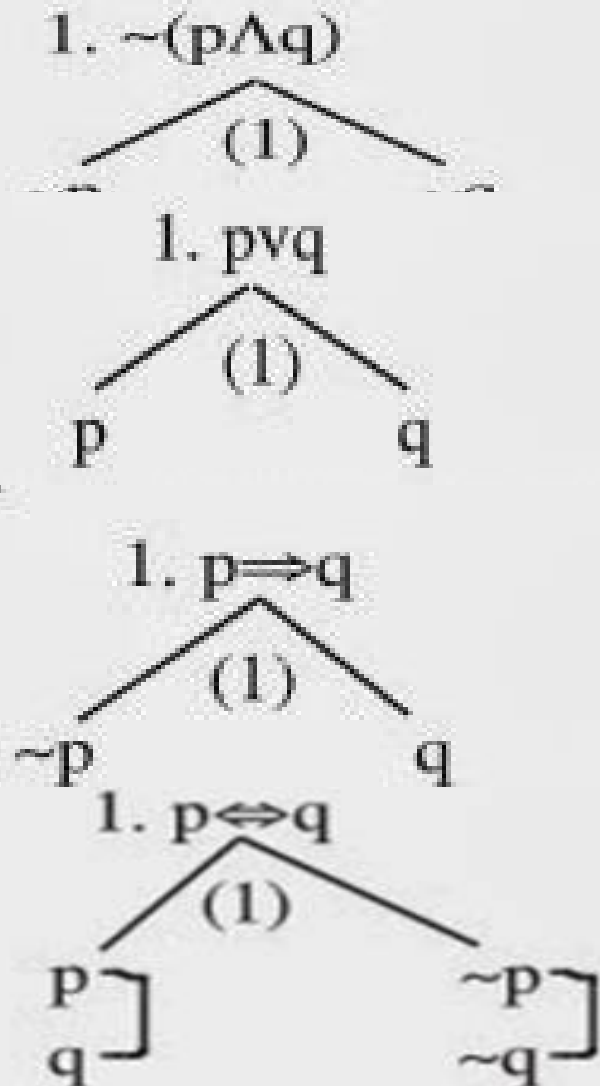
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \vee \sim q)$	$[(\sim p \vee \sim q) \wedge p]$	$[(\sim p \vee \sim q) \wedge p] \Rightarrow q$
D	D	Y	Y	Y	Y	D
D	Y	Y	D	D	D	Y
Y	D	D	Y	D	Y	D
Y	Y	D	D	D	Y	D

Önerme bir yanlış değeri aldığı için geçersizdir. Dolayısıyla çıkarım da geçersizdir.

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE

Doğruluk tablosunda yapılan işlem ile aynıdır.

Ancak çözümleyici çizelge ile daha hızla ve güvenli sonuca ulaşılır.



$\wedge$ (Ve)

$\vee$ (Veya)

$\rightarrow$ (İse)

$\leftrightarrow$ (Ancak ve Ancak)

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEMEDE İZLENCEK YOL:

1. Çözümlemeye ana eklemden başlanır.
2. Tümel evetleme($\wedge$)önermesi tikel evetleme(V) önermesinden önce çözülür.
3. Çekirdek yani P gibi tek önermeler kalıncaya kadar çözüm devam eder.
4. Aynı yol üzerinde çekirdek önermeler karşılaştırılır.
5. Çelişik önermelerin bulunduğu yol kapalı diğerleri açıktır.
 - Kapalı yola X, açık olan yola ise hiçbir şey konmaz.

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEMELER

A-TUTARLILIK

1. TEK ÖNERME: En az bir açık yol olmalıdır.

1. $(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge q)$ (Ö)

3. $(\sim p \vee q)$
2. $(p \wedge q)$ } (1)

p
q } (2)

(3)

$\sim p$
X

Önerme tutarlıdır.

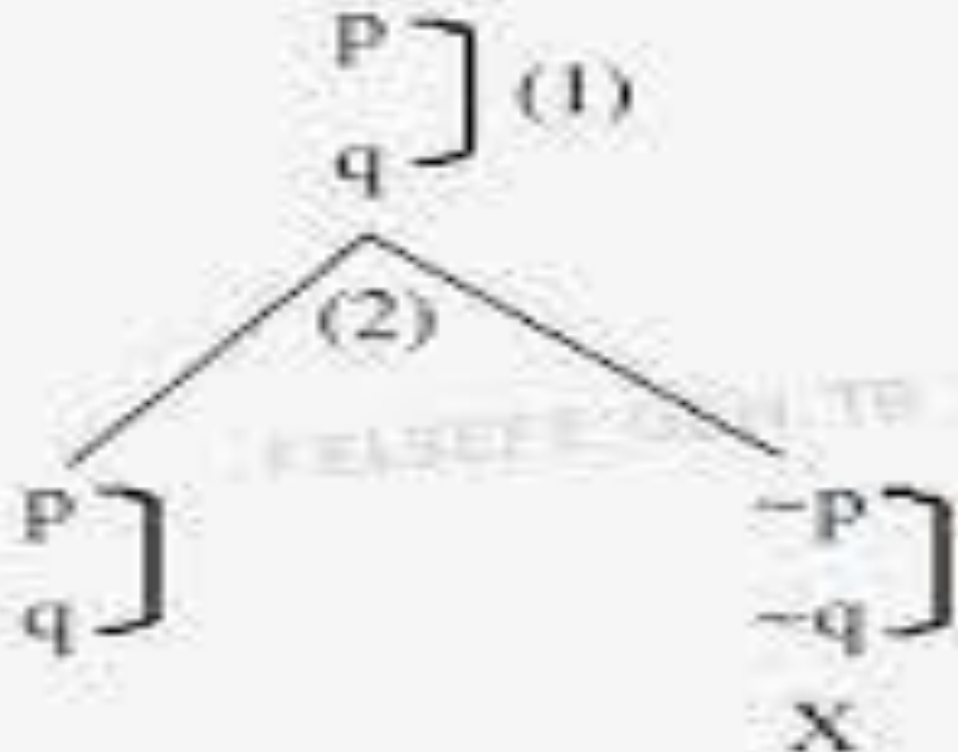
2.BİRDEN FAZLA: En az bir açık yol açık olmalıdır.

Örnek: $p \Leftrightarrow q$, $p \wedge q$, önermelerinin tutarlılığını denetleyelim.

$p \Leftrightarrow q$, $p \wedge q$,

2. $p \Leftrightarrow q$ (Ö)

1. $p \wedge q$ (Ö)



Önermeler tutarlıdır.

B)GEÇERLİLİK:

1.ÖNERMEDE:

Önermenin değillemesi çözümlendikten sonra bütün yollar kapalı olmalıdır.

Örnek : $(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim:

$$(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \quad (\text{Ö})$$

$$1. \sim [(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \quad (\sim \text{Ö})$$

$$\begin{array}{l} 2. (\sim p \wedge q) \\ 3. \sim (p \wedge \sim q) \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \sim p \\ q \end{array} \quad (2) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \sim p \quad q \end{array} \quad (3)$$

Önerme geçersizdir.

2.ÇIKARIMDA:

Verilen iki öncül önerme alt alta yazılır.

Sonuç önermesi ise bunların altına yazılır.

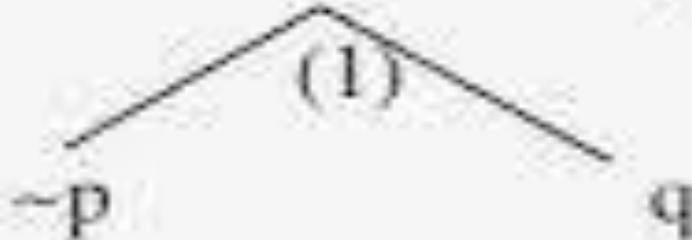
Örnek 1: $p \Rightarrow q, \sim p \therefore \sim q$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim.:

$p \Rightarrow q, \sim p \therefore \sim q$

1. $p \Rightarrow q$ (Ön)

$\sim p$ (Ön)

q ($\sim S_n$)



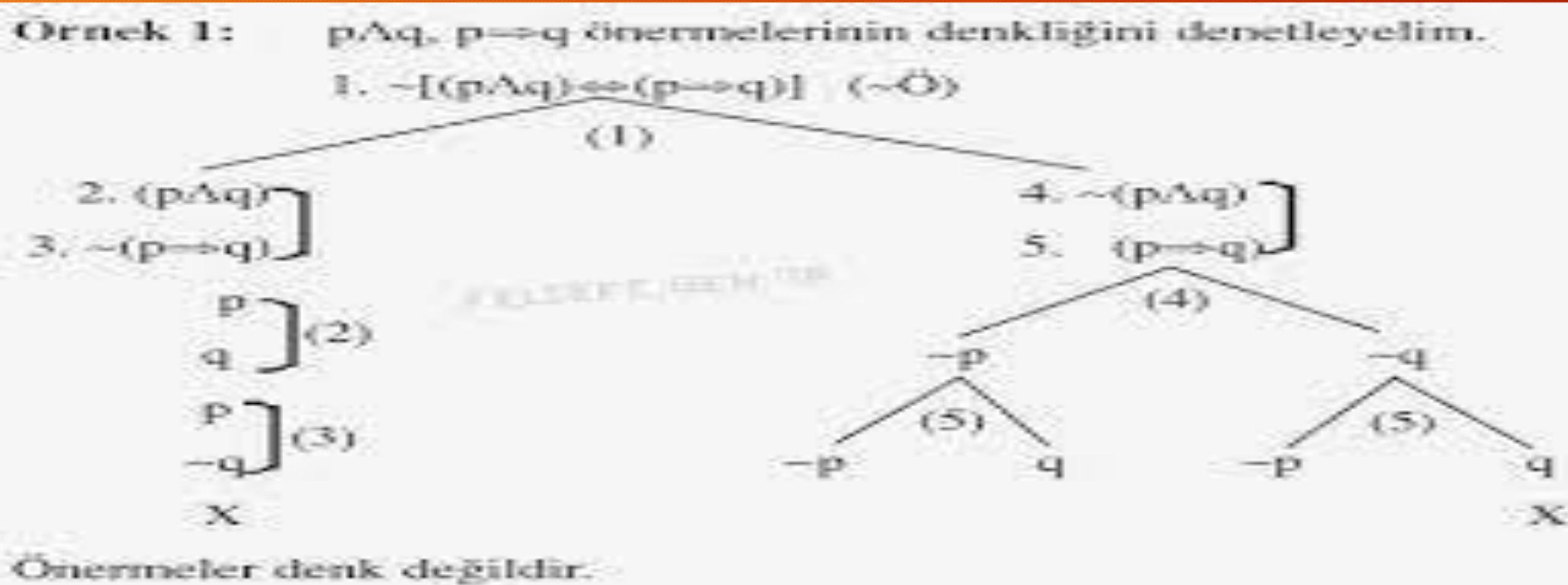
Çıkarım geçersizdir.

Ama sonuç önermesinin değili alınıp çözümleme yapılır.

Bütün yollar kapalı ise çıkarım geçerlidir.

C) EŞDEĞERLİLİK:

- Önermeler karşılıklı koşul önermesiyle birbirine bağlanır.
- Sonra değillemesi alınır ve çözümleme yapılır.



- Bütün yollar kapalı ise önermeler eşdeğerdir.

NİCELEME MANTIĞI

Ali ölümlüdür.

Fa

(a) (F)

Yüklemler büyük harfler

(F,G,H....)

Özneler küçük harfler

(a,b,c.....)

Ali ve Ayşe çalışkandır.

(Fab)

a b F

Ali zeki ve çalışkandır.

(Fa $\wedge$ Ga)

a F $\wedge$ G

Ali zekidir ve Mehmet çalışkandır.

(Fa $\wedge$ Gb)

a F $\wedge$ b G

Hava bulutlu ise yağmur yağar.

(Fa $\rightarrow$ Gb)

a F $\rightarrow$ b G

Bütün insanlar ölümlüdür.(Fa)

(Birli yüklemli ö.)

Ahmet de Mehmet'te insandır.(Gbc)

(İkili yüklemli ö.)

O halde Ahmet'te Mehmet'te ölümlüdür.(Fbc) (İkili yüklemli ö.)

NİCELEME MANTIĞINDA TEMEL KAVRAMLAR

AÇIK ÖNERME: x, y, z gibi bilinmeyen ifadeler içeren önermeler. “X filozoftur”

KAPALI ÖNERME: Doğruluk değeri olan önermeler. “Platon filozoftur”

EVREN: Bilinmeyenler için geçerli ifadelerin tümüdür. $E:\{\text{Platon, Sokrates, Ali}\}$

ÖZELLEME: X filozoftur. $E:\{\text{Platon, Sokrates, Ali}\}$ “Platon filozoftur”

GERÇEKLEME: Özellemenin doğru olmasıdır.

NİCELEME MANTIĞINDA TÜMEL VE TİKEL ÖNERMELER

-Tümel ifadeler $\forall$ işareti ile gösterilir.

Tüm insanlar ölümlüdür. $(\forall xFx)$

$\forall x$ x F

Hiçbir insan ölümlü değildir. $(\sim \forall xFx)$

$\forall x$ x F $\sim$

-Tikel olanlarda $\exists$ işareti ile gösterilir.

Bazı insanlar ölümlüdür $(\exists xFx)$

$\exists x$ x F

Bazı insanlar ölümlü değildir. $(\sim \exists xFx)$

$\exists x$ x F $\sim$

NİCELEME MANTIĞINDA ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALLARI:

1.DEĞİLLEME KURALI:

$$\sim \forall x Fx = \exists x \sim Fx$$

$$\sim \exists x Fx = \forall x \sim Fx$$

2.ÖZELLEME KURALI:

$$\forall x Fx = Fa$$

$$\exists x Fx = Fa$$

DENETLEMEDE İZLENCEK YOL:

1.Tümel veya tikel niceleyici değilleme kuralları.

2.Alt alta yazma kuralı

3.Tikel özelleme kuralı

4.Çatal açma kuralı

5.Tümel özelleme kuralı.

NİCELEME MANTIĞI (YÜKLEMLER MANTIĞI) İLE DENETLEMELER

A-Tutarlılık

1.TEK ÖNERME: En az bir açık yol olması gerekir.

$$1. \exists xFx \wedge \exists xGx \quad (\ddot{O})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2. \exists xFx \\ 3. \exists xGx \end{array} \right\} (1)$$

$$Fa \quad (2)$$

$$Gb \quad (3) \quad \text{Önerme tutarlıdır.}$$

2.BİRDEN FAZLA ÖNERME: Üst üste yazılarak çözümleme yapılır.
Aynı doğruluk değeri bir kere bile aynı anda varsa tutarlıdır.

Örnek 1: $\sim\forall xFx$, $\sim\exists xFx$ önermelerinin bir arada tutarlı olup olmadığını denetleyelim:

$$\sim\forall xFx, \sim\exists xFx$$

$$1. \sim\forall xFx, \quad (\text{Ö})$$

$$2. \sim\exists xFx \quad (\text{Ö})$$

$$3. \exists x\sim Fx \quad (1)$$

$$4. \forall x\sim Fx \quad (2)$$

$$\sim Fa \quad (3)$$

$$\sim Fa \quad (4)$$

Önermeler Tutarlıdır.

B. Geçerlilik:

1.ÖNERMEDE: Değili alınan önermede bütün yollar kapalı ise önerme geçerlidir.

Örnek 1: $\forall xFx \Rightarrow \exists xFx$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim: Önce önermenin değilini alarak işleme başlayacağız.

$$1. \sim(\forall xFx \Rightarrow \exists xFx) \quad (\sim\ddot{O})$$

$$\left. \begin{array}{l} 3. \forall xFx \\ 2. \sim\exists xFx \end{array} \right\} (1)$$

$$4. \forall x\sim Fx \quad (2)$$

$$Fa \quad (3)$$

$$\sim Fa \quad (4)$$

X

Önerme geçerlidir.

2.ÇIKARIMDA: Kurallar uygulandıktan sonra bütün yollar kapalı ise çıkarım geçerlidir.

Örnek 1: $\forall xFx, Ga \therefore Fa$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim:

1. $\forall xFx$ (Ön)

Ga (Ön)

$\sim Fa$ ($\sim Sn$)

Fa (1)

X Çıkarım geçerlidir.

C.Eşdeğerlilik

Çözümleme sonunda çıkan sonuç aynı ise eşdeğerdir.

Örnek 1: $\sim\forall xFx, \exists x\sim Fx$ önermelerinin denkliğini denetleyelim:

$$1. \sim[(\sim\forall xFx) \Leftrightarrow (\exists x\sim Fx)]$$

(1)

$$\begin{array}{l} 2. \sim\forall xFx \\ 3. \sim\exists x\sim Fx \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2. \\ 3. \end{array}} \right\}$$

$$4. \exists x\sim Fx \quad (2)$$

$$5. \forall xFx \quad (3)$$

$$\sim Fa \quad (4)$$

$$Fa \quad (5)$$

X

$$\begin{array}{l} 7. \forall x Fx \\ 6. \exists x\sim Fx \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7. \\ 6. \end{array}} \right\}$$

$$\sim Fa \quad (6)$$

$$Fa \quad (7)$$

X

Önermeler denktir.

ÇOK DEĞERLİ MANTIK

Çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi mantıkta iki ihtimalin olduğunu söyler.

Bu mantık 3. hal olarak belirsizliği de kabul eder. D Y B

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow \sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$
D	D	D	D	D	D
D	B	B	D	B	B
D	Y	Y	D	Y	Y
B	D	B	D	D	B
B	B	B	B	D	D
B	Y	Y	B	B	B
Y	D	Y	D	D	Y
Y	B	Y	B	D	B
Y	Y	Y	Y	D	D

KİPLİK MANTIĞI:

Kiplik mantığı daha çok mantığın doğa bilimlerine uygulanma yönüyle alakalıdır.

Kiplik Değişmezleri(sembolleri):

ZORUNLU:



MÜMKÜN



Pamuğun yumuşak olması zorunludur = p zorunludur = $\Box p$

Pamuğun yumuşak olması mümkündür = p mümkündür = $\Diamond p$

ÖZDEŞLİK MANTIĞI

Bir şeyin neye özdeş olabileceğiyle alakalıdır.

Sembolü = işaretidir. $a=b$ şeklinde gösterilir.

Örnek: İstanbul(a) Türkiye nin en büyük kentidir(b).

.

VARLIK MANTIĞI

İşareti: E! dir. Vardır diye okunur.

Gerçek dünyada varsa doğru, yoksa yanlış değerini alır.

ÖRNEK: 1) "E! İzmir kenti" 2) "E! cadı "

Birinci önerme doğru değerini alır ikinci önerme ise yanlış değerini alır.

MANTIĞIN UYGULAMA ALANLARI

-Eleştirel düşünme alışkanlığı kazandırır.

-Teknoloji (Uçaktaki otomatik pilot uygulaması, İnternet arama motorları, Cep telefonları,
--Yapay zekâlı robotlar Mantık biliminin ürünüdür.

-Felsefe doğru bilgiye ulaşmak için mantığın ilkelerini kullanır.